3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{x}}=0 \quad \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

EX 10 :

$f(x)=x+\sqrt{1+x^2}$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(\sqrt{1+x^2})-x^2}{\sqrt{1+x^2}-x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}=0$

d'où y=0 est une asymptote à (ζ_f) au voisinage $(-\infty)$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-2x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{1+x^2}-x)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}=0$

d'où Δ:y=2x est une asymptote à (ζ_f)

au voisinage $(+\infty)$

EX 11 :

$f(x)=\frac{x^3}{(x-1)^2}$

1) * $\lim\limits_{x\to1} f(x)=+\infty$ (de la forme $\frac{1}{0^+}$)

* $f(x)-(x+2)=\frac{x^3}{(x-1)^2}-(x+2)=\frac{3x-2}{(x-1)^2}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(x+2))=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3}{x}=0$

Δ:y=x+2 est une asymptote à (ζ_f) au voisinage $(+\infty)$

2) • $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+2)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x-2}{x^2-2x+1}$

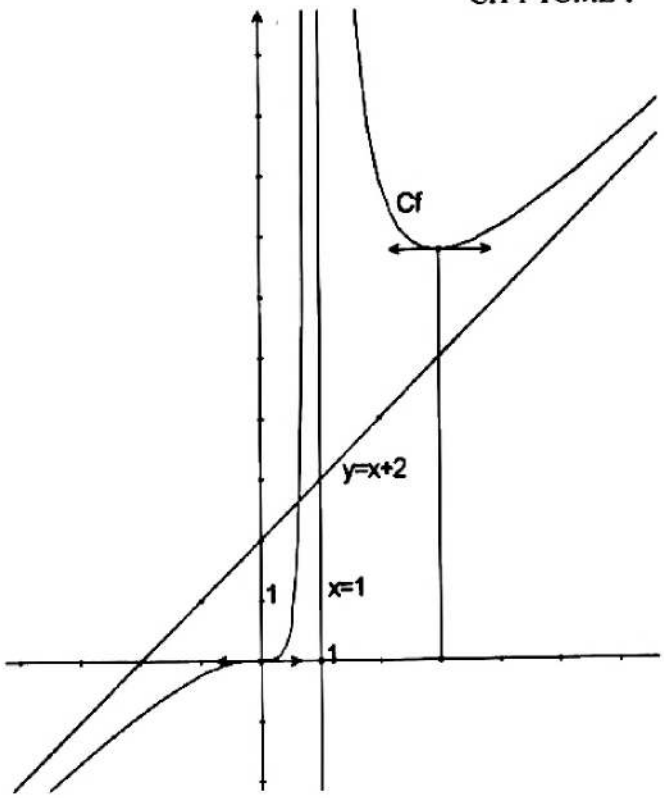
$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3}{x}=0$

Δ est une asymptote à (ζ_f) au voisinage $(-\infty)$

• $f'(x)=\frac{x^2.(x-3)}{(x-1)^3}$

x	$-\infty$	0		1		3	$+\infty$
f'(x)	+	0	+	||	-	0	-
f(x)	$-\infty$ ↗		$+\infty$	|| $+\infty$	↘	27/4 ↗	$+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$



EX 12 :

$f(x)=\sqrt{x^2-x+1}$

1) a) $x^2-x+1=0$

$\Delta=-3<0$

d'où $x^2-x+1>0$; $\forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}$

b) $x^2-x+1=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}+1=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$

d'où $f(x)=\sqrt{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}$

2) a) $f(x)-(x-\frac{1}{2})=\sqrt{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}-(x-\frac{1}{2})$

$=\frac{3/4}{\sqrt{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}+(x-\frac{1}{2})}$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-\frac{1}{2})=0$

$\Rightarrow$

D:y=x-$\frac{1}{2}$ est une asymptote à (ζ_f) au voisinage $(+\infty)$

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn